

Baxandall tone control 回路をエクセルでシミュレーションする

1)回路図

図-1 は低音用(Bass)、高音用(Treble)にそれぞれ一つのコンデンサを用いた方式の Baxandall トーンコントロール回路です。真空管回路での使用を想定するため、真空管のグリッド電位を定めるための抵抗 R9 を追加してあります。

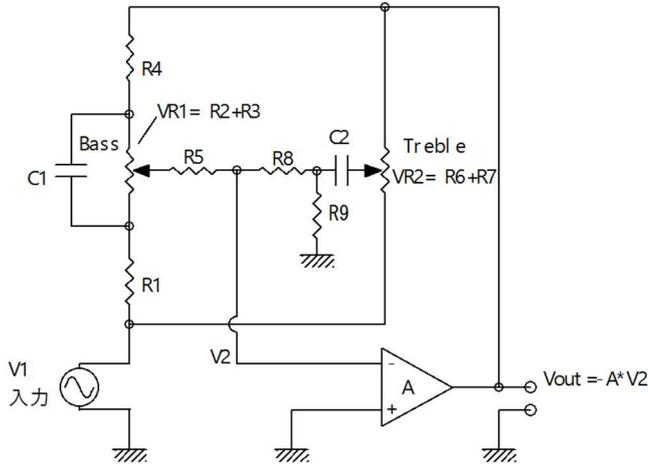


図-1

2)回路図を変形しインピーダンスのブロックに分ける

計算のために図-1 の CR 回路の部分を抜き出して表現を変えたのが図-2 です。

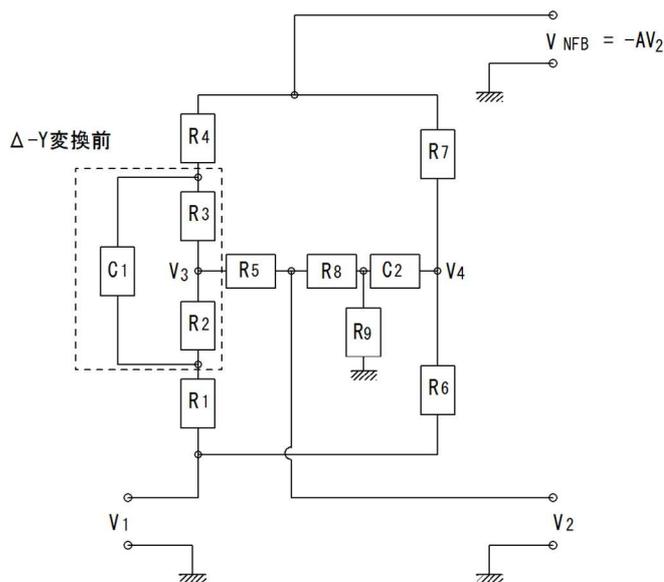


図-2

この回路図では、帰還回路のインピーダンスの計算が難しいため、図-2の破線で囲んだ部分に Δ -Y変換を適用して回路を変形します。(図-3)この変形の結果、図-4のように回路の要素を分割することができます。

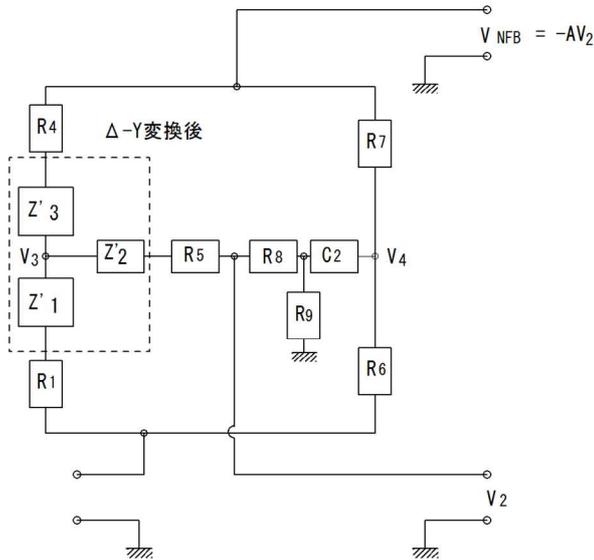


図-3

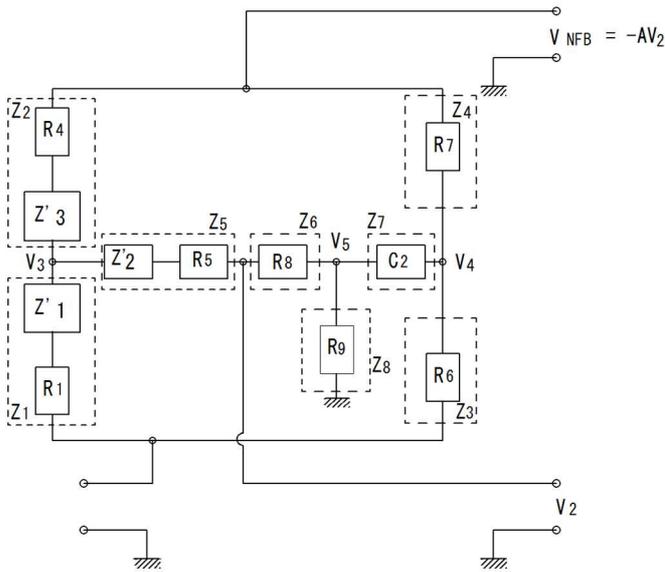


図-4

図-4の回路を大きくまとめて、 Z_1 から Z_8 に分けて計算を行います。まず、 $z'_1 z'_2 z'_3$ を算出します。

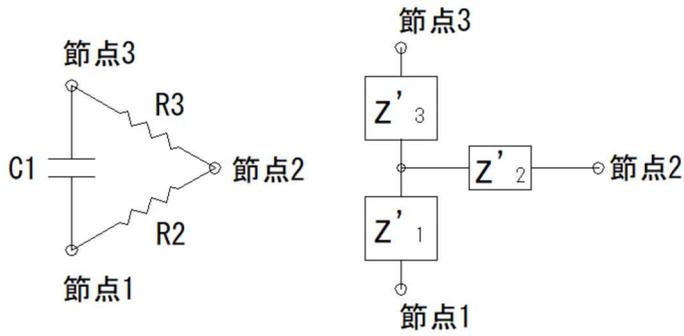


図-5

Δ -Y 変換の公式により

$$z'_1 = \frac{R_2 \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$z'_2 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$z'_3 = \frac{R_3 \frac{1}{j\omega C_1}}{R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

従って、

$$Z_1 = z'_1 + R_1, \quad Z_2 = z'_3 + R_4, \quad Z_3 = R_6, \quad Z_4 = R_7,$$

$$Z_5 = z'_2 + R_5, \quad Z_6 = \frac{1}{j\omega C_2} + R_8, \quad Z_7 = R_9$$

以下では計算を簡単にするために、 Z (インピーダンス) の代わりにその逆数である Y (アドミタンス) を用います。(図-6)

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1}, \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2}, \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3}, \quad Y_4 = \frac{1}{Z_4}, \quad Y_5 = \frac{1}{Z_5}, \quad Y_6 = \frac{1}{Z_6}, \quad Y_7 = \frac{1}{Z_7}, \quad Y_8 = \frac{1}{Z_8}$$

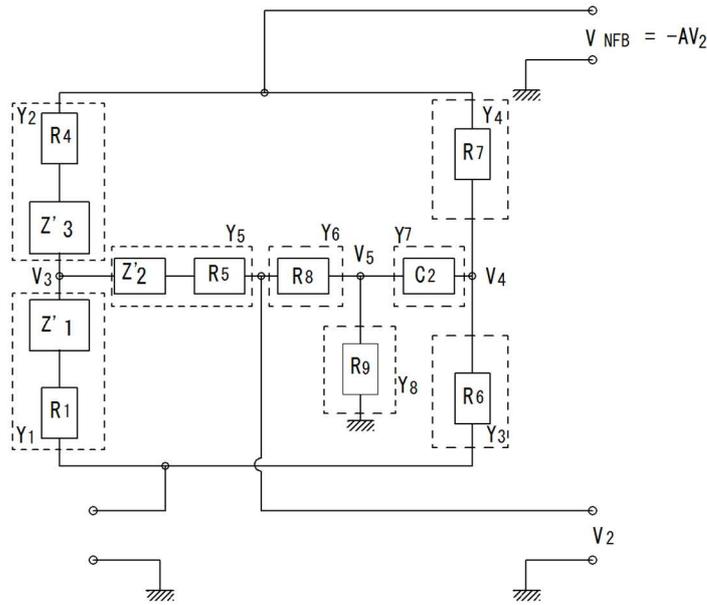


図-6

3) トーンコントロール回路のゲインを求めるために V_1 と V_{out} の関係を式に表す。

図-1 をアドミタンスの表記したのが図-7 です。各部の電流に着目しキルヒホッフの電流則を P,Q,R の各節点について適用することで、回路の方程式を立てます。

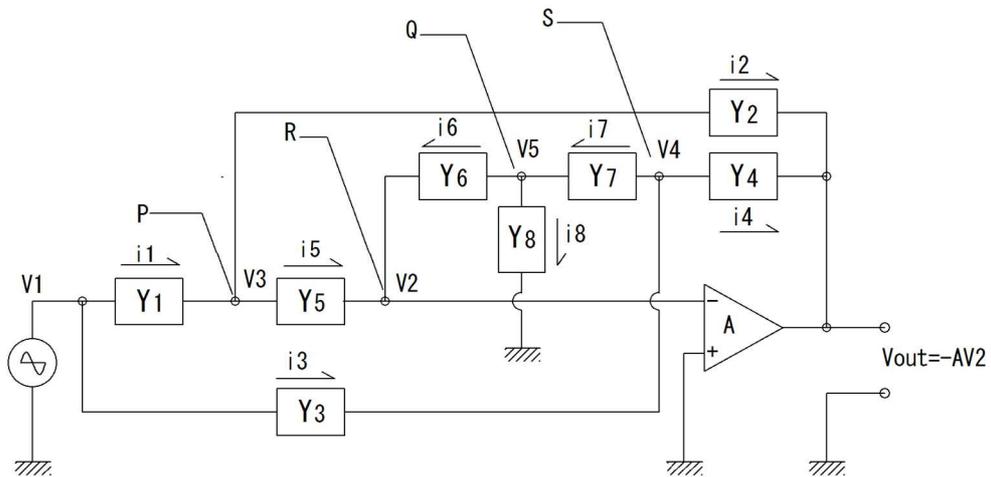


図-7

$$i_1 = Y_1(V_1 - V_3) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$i_2 = Y_2(V_3 - (-AV_2)) = Y_2(V_3 + AV_2) \quad \dots \textcircled{2}$$

$$i_3 = Y_3(V_1 - V_4) \quad \dots \textcircled{3}$$

$$i_4 = Y_4(V_4 - (-AV_2)) = Y_4(V_4 + AV_2) \quad \dots \textcircled{4}$$

$$i_5 = Y_5(V_3 - V_2) \quad \dots \textcircled{5}$$

$$i_6 = Y_6(V_5 - V_2) \quad \dots \textcircled{6}$$

$$i_7 = Y_7(V_4 - V_5) \quad \dots \textcircled{7}$$

$$i_8 = Y_8V_5 \quad \dots \textcircled{8}$$

節点 P について、キルヒホッフの電流則を適用

$$i_1 - i_2 - i_5 = 0 \quad \dots \textcircled{9}$$

同様に節点 Q について、キルヒホッフの電流則を適用

$$i_7 - i_6 - i_8 = 0 \quad \dots \textcircled{10}$$

同様に節点 R について、キルヒホッフの電流則を適用

$$i_5 + i_6 = 0 \quad \dots \textcircled{11}$$

同様に節点 S について、キルヒホッフの電流則を適用

$$i_3 - i_4 - i_7 = 0 \quad \dots \textcircled{12}$$

未知数が i_1 から i_8 と V_2, V_3, V_4, V_5 の合計 12 個ですので上記の十二の式から解を得られるはずですが。

⑨に①②⑤を代入する

$$Y_1(V_1 - V_3) - Y_2(V_3 + AV_2) - Y_5(V_3 - V_2) = 0 \quad \dots \textcircled{13}$$

⑩に⑥⑦⑧を代入

$$Y_7(V_4 - V_5) - Y_6(V_5 - V_2) - Y_8V_5 = 0 \quad \dots \textcircled{14}$$

⑪に⑤⑥を代入

$$Y_5(V_3 - V_2) + Y_6(V_5 - V_2) = 0 \quad \dots \textcircled{15}$$

⑫に③④⑦を代入

$$Y_3(V_1 - V_4) - Y_4(V_4 + AV_2) - Y_7(V_4 - V_5) = 0 \quad \dots \textcircled{16}$$

⑬を変形

$$Y_1(V_1 - V_3) - Y_2(V_3 + AV_2) - Y_5(V_3 - V_2) = 0$$

$$Y_1V_1 - Y_1V_3 - Y_2V_3 - AY_2V_2 - Y_5V_3 + Y_5V_2 = 0$$

$$Y_1V_1 + (-AY_2 + Y_5)V_2 - (Y_1 + Y_2 + Y_5)V_3 = 0$$

$$V_3 = \frac{Y_1V_1 + (-AY_2 + Y_5)V_2}{Y_1 + Y_2 + Y_5} \quad \dots \textcircled{17}$$

⑭を変形

$$Y_7(V_4 - V_5) - Y_6(V_5 - V_2) - Y_8V_5 = 0$$

$$Y_7V_4 - Y_7V_5 - Y_6V_5 + Y_6V_2 - Y_8V_5 = 0$$

$$Y_6V_2 + Y_7V_4 - (Y_6 + Y_7 + Y_8)V_5 = 0$$

$$V_4 = \frac{-Y_6V_2 + (Y_6 + Y_7 + Y_8)V_5}{Y_7} \quad \dots \textcircled{18}$$

⑮を変形

$$Y_5V_3 - Y_5V_2 + Y_6V_5 - Y_6V_2 = 0$$

$$Y_6V_5 = Y_6V_2 + Y_5V_2 - Y_5V_3$$

$$V_5 = \frac{Y_6V_2 + Y_5V_2 - Y_5V_3}{Y_6}$$

$$V_5 = \frac{(Y_5 + Y_6)V_2 - Y_5V_3}{Y_6} \quad \dots \textcircled{19}$$

⑯を変形

$$Y_3(V_1 - V_4) - Y_4(V_4 + AV_2) - Y_7(V_4 - V_5) = 0$$

$$Y_3V_1 - AY_4V_2 - Y_3V_4 - Y_4V_4 - Y_7V_4 + Y_7V_5 = 0$$

$$Y_3V_1 - AY_4V_2 - (Y_3 + Y_4 + Y_7)V_4 + Y_7V_5 = 0$$

$$V_5 = \frac{-Y_3V_1 + AY_4V_2 + (Y_3 + Y_4 + Y_7)V_4}{Y_7} \quad \dots \quad \textcircled{20}$$

⑱⑳により V_5 を消去

$$\frac{(Y_5 + Y_6)V_2 - Y_5V_3}{Y_6} = \frac{-Y_3V_1 + AY_4V_2 + (Y_3 + Y_4 + Y_7)V_4}{Y_7}$$

$$Y_7 \frac{(Y_5 + Y_6)V_2 - Y_5V_3}{Y_6} = -Y_3V_1 + AY_4V_2 + (Y_3 + Y_4 + Y_7)V_4$$

$$\frac{Y_7}{Y_6} (Y_5 + Y_6)V_2 - \frac{Y_5Y_7}{Y_6} V_3 + Y_3V_1 - AY_4V_2 = (Y_3 + Y_4 + Y_7)V_4$$

$$V_4 = \frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_2 - \frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_3 + \frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_1 - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_2$$

$$V_4 = \frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_1 + \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} \right) V_2 - \frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_3 \quad \dots \quad \textcircled{21}$$

⑱⑲により V_5 を消去

$$V_4 = \frac{-Y_6V_2 + (Y_6 + Y_7 + Y_8)V_5}{Y_7} = \frac{-Y_6}{Y_7} V_2 + \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} V_5$$

$$V_4 = \frac{-Y_6}{Y_7} V_2 + \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{(Y_5 + Y_6)V_2 - Y_5V_3}{Y_6}$$

$$V_4 = \frac{-Y_6}{Y_7} V_2 + \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} V_2 - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} V_3$$

$$V_4 = \left(\frac{-Y_6}{Y_7} + \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} \right) V_2 - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} V_3 \quad \dots \quad \textcircled{22}$$

⑳㉑により V_4 を消去

$$\frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_1 + \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} \right) V_2 - \frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_3 = \left(\frac{-Y_6}{Y_7} + \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} \right) V_2 - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} V_3$$

$$\frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_1 + \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} + \frac{Y_6}{Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} \right) V_2 - \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} \right) V_3 = 0$$

$\dots \quad \textcircled{23}$

㉑⑳により V_3 を消去

$$\begin{aligned}
& \frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} V_1 + \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} + \frac{Y_6}{Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} \right) V_2 \\
& - \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} \right) \frac{Y_1 V_1 + (-AY_2 + Y_5) V_2}{Y_1 + Y_2 + Y_5} = 0 \\
& \left[\frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} \right) \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_5} \right] V_1 \\
& + \left[\left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} + \frac{Y_6}{Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} \right) - \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} \right) \frac{-AY_2 + Y_5}{Y_1 + Y_2 + Y_5} \right] V_2 \\
& = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_2 = & - \frac{\frac{Y_3}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} \right) \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_5}}{\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{AY_4}{Y_3 + Y_4 + Y_7} + \frac{Y_6}{Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} - \left(\frac{Y_7}{Y_6} \frac{Y_5}{Y_3 + Y_4 + Y_7} - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} \right) \frac{-AY_2 + Y_5}{Y_1 + Y_2 + Y_5}} V_1 \\
& \dots \textcircled{24}
\end{aligned}$$

ここで、式を簡潔に表示するために以下の通り置き換えを行います。

$$\frac{Y_5}{Y_6} = E \quad \frac{Y_7}{Y_6} = F \quad Y_1 + Y_2 + Y_5 = G \quad Y_3 + Y_4 + Y_7 = H \quad Y_6 + Y_7 + Y_8 = K$$

②4は下記の通り表記できます。

$$V_2 = - \frac{\frac{Y_3}{H} - \left(F \frac{Y_5}{H} - \frac{K}{Y_7} E \right) \frac{Y_1}{G}}{F \frac{Y_5 + Y_6}{H} - \frac{AY_4}{H} + \frac{1}{F} - \frac{K}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} - \left(F \frac{Y_5}{H} - \frac{K}{Y_7} E \right) \frac{-AY_2 + Y_5}{G}} V_1$$

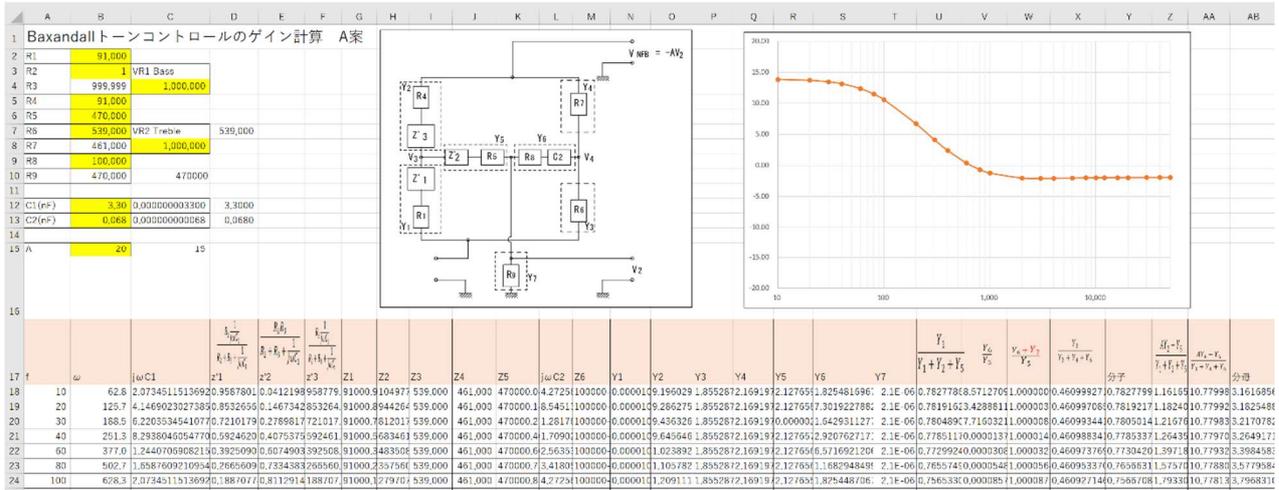
出力電圧 V_{out} は、 $-AV_2$ であるので、

$$V_{out} = A \frac{\frac{Y_3}{H} - \left(F \frac{Y_5}{H} - \frac{K}{Y_7} E \right) \frac{Y_1}{G}}{F \frac{Y_5 + Y_6}{H} - \frac{AY_4}{H} + \frac{1}{F} - \frac{K}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} - \left(F \frac{Y_5}{H} - \frac{K}{Y_7} E \right) \frac{-AY_2 + Y_5}{G}} V_1$$

従ってトーンコントロール回路のゲイン $|G|$ は以下の式で得られます。

$$|G| = \left| \frac{V_{out}}{V_1} \right| = \left| A \frac{\frac{Y_3}{H} - \left(F \frac{Y_5}{H} - \frac{K}{Y_7} E \right) \frac{Y_1}{G}}{F \frac{Y_5 + Y_6}{H} - \frac{AY_4}{H} + \frac{1}{F} - \frac{K}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} - \left(F \frac{Y_5}{H} - \frac{K}{Y_7} E \right) \frac{-AY_2 + Y_5}{G}} \right|$$

以上の計算をエクセルで行ってみたものが下記の画像です。



周波数ごとに値を得ることができるので、周波数の変化による各種の値の変化を見ることができます。なお、上記の計算式は複素数を扱っているなので、複素数の加減乗除の関数を使用する必要があります。関数の入力の手間ですが、式を分割して段階を追って作成すればミスも見つけやすくなります。

4) 入力インピーダンスを求める

入力インピーダンス Z_{in} は、入力電圧を入力電流で割ればよいので、次の式で求められます。

$$Z_{in} = \frac{V_1}{i_1 + i_3} \quad |Z_{in}| = \left| \frac{V_1}{i_1 + i_3} \right|$$

① ③より

$$i_1 = Y_1(V_1 - V_3) \quad i_3 = Y_3(V_1 - V_4)$$

⑦より

$$V_3 = \frac{Y_1 V_1 + (-A Y_2 + Y_5) V_2}{Y_1 + Y_2 + Y_5}$$

②より

$$V_4 = \left(\frac{-Y_6}{Y_7} + \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5 + Y_6}{Y_6} \right) V_2 - \frac{Y_6 + Y_7 + Y_8}{Y_7} \frac{Y_5}{Y_6} V_3$$

V_{out} 計算する過程で V_2, V_3, V_4 は、すでに得られているので、これらを代入することによりエクセルを用いて容易に Z_{in} を算出することができます。

