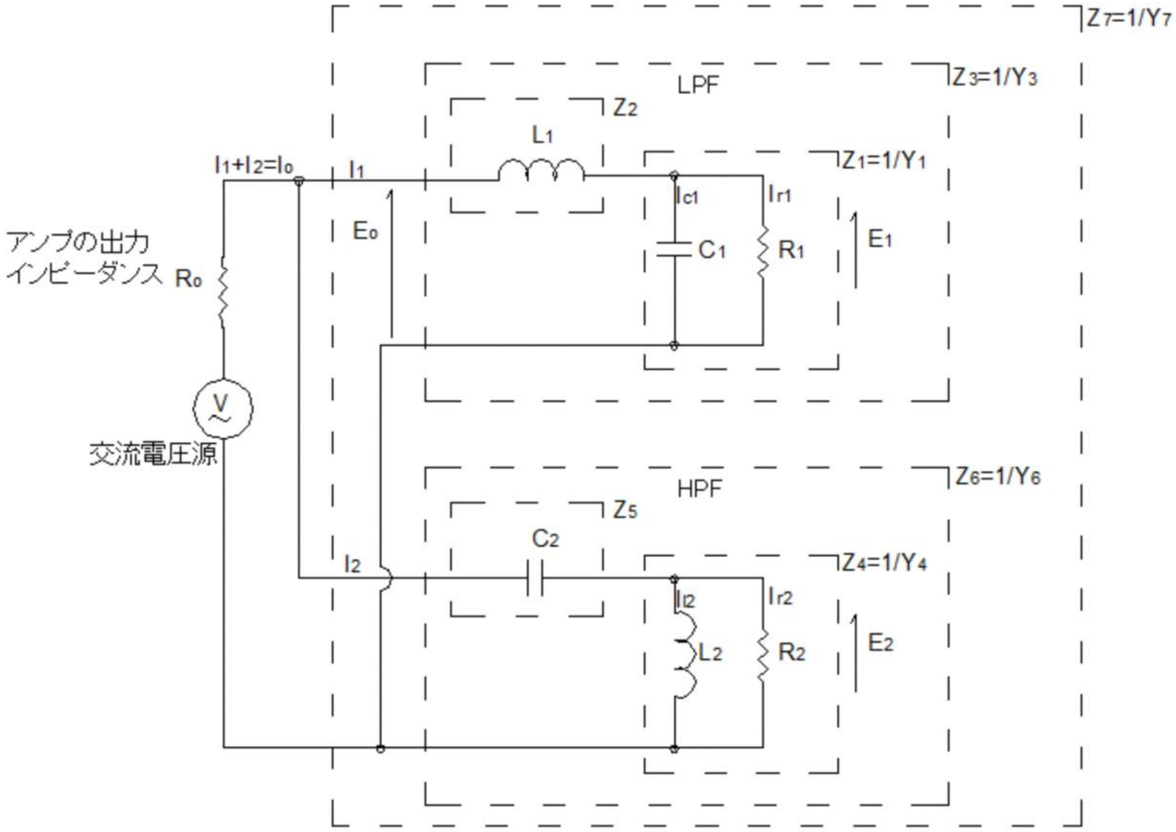
スピーカーネットワークの計算　(2021.11.10 計算式の誤りを訂正)



Ⅰ. LPF の計算

スピーカは、抵抗とみなし、低音用をR_1高音用をR_2とする。

1）低音用スピーカR_1とC_1の合成インピーダンスZ_1を求める。

$Z_1 = \frac{1}{Y_1}$

Y_1はR_1とC_1のアドミッタンスの合計なので

$Y_1 = \frac{1}{R_1} + \mathrm{j}\omega C_1$　となる。

従って

$Z_1 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \mathrm{j}\omega C_1}$　左の式の分母と分子に$\frac{1}{R_1} - \mathrm{j}\omega C_1$をかける

$$= \frac{\frac{1}{R_1} - j\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2 + \left(\omega C_1\right)^2} = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2 + \left(\omega C_1\right)^2\right] R_1} - \frac{j\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2 + \left(\omega C_1\right)^2}$$

2)Z_1とZ_2を合成してZ_3を求める

$Z_2 = \mathrm{j}\ \omega L_1$

$Z_3 = Z_1 + Z_2$

$$=\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1} - \frac{j\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2} + j\omega L_1 = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1} + j\left[\omega L_1 - \frac{\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2}\right]$$

$$|Z_3| = \sqrt{\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1}\right]^2 + \left[\omega L_1 - \frac{\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2}\right]^2}$$

$I_1 = \frac{E_o}{|Z_3|}$　により、ω、R_1、C_1、L_1からI_1を算出することができる。

3)R_1を流れる電流I_{r1}を計算しE_1を求める

$E_1 = I_{r1} R_1$　$E_1 = I_{c1} \frac{1}{\omega C_1}$

従って$I_{r1} R_1 = I_{c1} \frac{1}{\omega C_1}$　$I_{c1} = R_1\, \omega C_1 I_{r1}$

$$I_1 = \sqrt{{I_{r1}}^2 + {I_{c1}}^2} = \sqrt{{I_{r1}}^2 + (R_1\, \omega C_1 I_{r1})^2} = \sqrt{1 + (R_1\, \omega C_1)^2}\ I_{r1}$$

$$I_{r1} = \frac{1}{\sqrt{1+(R_1\, \omega C_1)^2}} I_1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+(R_1\, \omega C_1)^2}} \frac{E_o}{\sqrt{\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1}\right]^2 + \left[\omega L_1 - \frac{\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2}\right]^2}}$$

従って

$$E_1 = \frac{R_1}{\sqrt{1+(R_1\, \omega C_1)^2}} \frac{E_o}{\sqrt{\left[\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1}\right]^2 + \left[\omega L_1 - \frac{\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2}\right]^2}}$$

であるから、ω、R_1、C_1、L_1、E_oからE_1を算出することができる。

Ⅱ. HPF の計算

1)　高音用スピーカR_2とL_2の合成インピーダンスZ_4を求める。

$Z_4 = \frac{1}{Y_4}$

$Y_4 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_2}$

従って

Z_4=$\frac{1}{\frac{1}{R_2}+\frac{1}{j\omega L_2}}$　左の式の分母と分子に$\frac{1}{R_2}-\frac{1}{j\omega L_2}$をかける。

$$=\frac{\frac{1}{R_2}-\frac{1}{j\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}=\frac{\frac{1}{R_2}+\mathrm{j}\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}$$

2)　Z_4とZ_5を合成してZ_6を求める。

Z_5= $\frac{1}{j\omega C_2}$

$Z_6 = Z_4$+Z_5

$$=\frac{\frac{1}{R_2}+\mathrm{j}\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}+\frac{1}{j\omega C_2}=\frac{1}{R_2\left[\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2\right]}+\mathrm{j}\left[\frac{\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}-\frac{1}{\omega C_2}\right]$$

$$|Z_6|=\sqrt{\left\{\frac{1}{R_2\left[\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2\right]}\right\}^2+\left[\frac{\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}-\frac{1}{\omega C_2}\right]^2}$$

従って$I_2 = \frac{E_o}{|Z_6|}$　により、ω、R_2、C_2、L_2からI_2を算出することができる。

3)　R_2を流れる電流I_rを計算しE_2を求める。

E_2=$I_{r2}R_2$

E_2=$I_{l2}\mathrm{j}\omega L_2$

従って　I_{l2}=$\frac{R_2 I_{r2}}{j\omega L_2}$=$-j\,\frac{R_2 I_{r2}}{\omega L_2}$

$$I_2=\sqrt{{I_{r2}}^2+{I_{l2}}^2}=\sqrt{{I_{r2}}^2-\left(\frac{R_2 I_{r2}}{\omega L_2}\right)^2}=\sqrt{1-\left(\frac{R_2}{\omega L_2}\right)^2}\;I_{r2}$$

$$I_{r2}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{R_2}{\omega L_2}\right)^2}}I_2$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{R_2}{\omega L_2}\right)^2}}\frac{E_o}{\sqrt{\left\{\frac{1}{R_2\left[\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2\right]}\right\}^2+\left[\frac{\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}-\frac{1}{\omega C_2}\right]^2}}$$

従って

$$E_2=\frac{R_2}{\sqrt{1-\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2}}\frac{E_o}{\sqrt{\left\{\frac{1}{R_2\left[\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2\right]}\right\}^2+\left[\frac{\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}-\frac{1}{\omega C_2}\right]^2}}$$

であるから、ω、R_2、C_2、L_2、E_oからE_2を算出することができる。

Ⅲ. Z_3とZ_6からZ_7を求める。

Z_3とZ_6は並列接続であるので、

$Y_7 = Y_3 + Y_6 \quad (Z_7 = \frac{1}{Y_7}、Z_3 = \frac{1}{Y_3}、Z_6 = \frac{1}{Y_6})$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1}+j\left[\omega L_1-\frac{\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2}\right]}+\frac{1}{\frac{1}{R_2\left[\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2\right]}-j\left[\frac{\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2}-\frac{1}{\omega C_2}\right]}$$

計算が複雑になるので、以下の通り a,b,c,d を定義する。

$$a=\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2\right]R_1}$$

$$b= \omega L_1 - \frac{\omega C_1}{\left(\frac{1}{R_1}\right)^2+\left(\omega C_1\right)^2}$$

$$c=\frac{1}{R_2\left[\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2\right]}$$

$$d=\frac{\frac{1}{\omega L_2}}{\left(\frac{1}{R_2}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L_2}\right)^2} - \frac{1}{\omega C_2}$$

$$Y_7=\frac{1}{a+jb}+\frac{1}{c-jd}$$

$$=\frac{a-jb}{a^2+b^2}+\frac{c+jd}{c^2+d^2}$$

$$=\frac{(a-jb)(c^2+d^2)+(c-jd)(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}$$

$$Z_7 = \frac{1}{Y_7}=\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{(a-jb)(c^2+d^2)+(c-jd)(a^2+b^2)}$$

$$= \frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{(c^2+d^2)a+(a^2+b^2)c-j[(c^2+d^2)b+(a^2+b^2)d]}$$

ここで P=$(c^2 + d^2)a + (a^2 + b^2)c$、Q=$(c^2 + d^2)b + (a^2 + b^2)d$とおくと

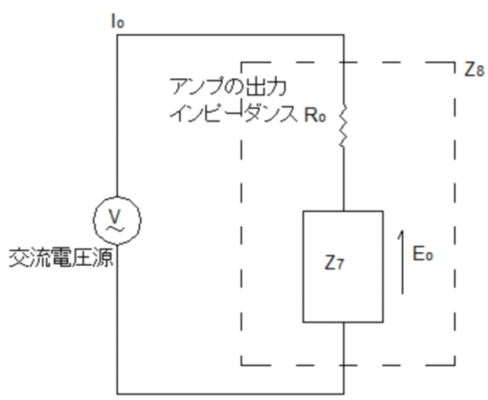
$$Z_7 = \frac{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)}{P - jQ}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)(P+jQ)}{P^2+Q^2}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{P}+\mathrm{j}\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{Q}$$

IV. Z_7からE_oを算出する

アンプとスピーカーネットワークが接続された状態は、交流電圧源 V とR_o（アンプの出力インピーダンス）とZ_7が直列に接続されているとみることができる。



1)Z_7とR_oの合成インピーダンスZ_8を求める

$$Z_8=\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{P}+R_o+\mathrm{j}\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{Q}$$

$$|Z_8| = \sqrt{\left[\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{P} + R_o\right]^2 + \left[\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{Q}\right]^2}$$

I_o=$\frac{V}{|Z_8|}$

$$=\frac{V}{\sqrt{\left[\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{P}+R_o\right]^2+\left[\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{Q}\right]^2}}$$

2)従って、E_oは以下の式で求めることができる。

$$E_o=\mathrm{V}-I_oR_o \quad =\mathrm{V}\left\{1-\frac{R_o}{\sqrt{\left[\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{P}+R_o\right]^2+\left[\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{P^2+Q^2}\mathrm{Q}\right]^2}}\right\}$$